

## मानक विचलन(Standard Deviation)

केंद्रीय विचलनशीलता की मापों में मानक विचलन अधिक स्थिर तथा विश्वसनीय माप होता है। यह सभी आंकड़ों के मान के ऊपर आधारित रहता है। मानक विचलन किसी वितरण में मध्यमान (Mean) से व्यक्तिगत प्राप्तांकों के विचलनों ही वर्गों के मध्य का वर्गमूल होता है। इसे से  $\sigma$  (Small Sigma) प्रदर्शित करते हैं।

दूसरे शब्दों में कहा जाए तो मानक विचलन सभी प्राप्तांकों का उनके मध्यमान से विचलन या अंतर का वर्ग कर के जोड़ लें तथा इस योग का प्राप्तांकों की संख्या से भागकर के प्राप्त भागफल का वर्गमूल निकालने पर मानक विचलन प्राप्त होगा। इस विचलन में ऋणात्मक(-) तथा धनात्मक(+) चिन्हों को हटाने के लिए विचलन का वर्ग निकाला जाता है।

**परिभाषा :-** “यह वितरण के मध्यमान से सब विचलन के वर्गों का मध्यमान है।”

“दिए गए प्राप्तांकों के मध्यमान से प्राप्तांकों के साथ विचलन के वर्गों की मध्यमान का वर्गमूल द्वारा प्राप्त तो वो ही मान ही मानक विचलन है।”

मानक विचलन द्वारा अवर्गीकृत (Ungrouped) एवं वर्गीकृत (Grouped) आंकड़ों को ज्ञात किया जाता है :-

**विधि :-** 1. प्राप्तांकों का मध्यमान निकालते हैं।

2. तो इसके बाद प्राप्तांकों का मध्यमान से विचलन ज्ञात करते हैं।

3. फिर विचलन का वर्ग करके  $d^2$  निकालते हैं।

4.  $d^2$  के बाद  $\Sigma d^2$  निकालते हैं।

### 1. अवर्गीकृत आंकड़ों के लिए (Ungrouped Data):-

$$\text{मानक विचलन (Standard Deviation or S.D or } \sigma) = \sqrt{\Sigma d^2 / N}$$

Or

$$\therefore d = X - M$$

$$\text{मानक विचलन (Standard Deviation or S.D or } \sigma) = \sqrt{\Sigma (X - M)^2 / N}$$

S.D or  $\sigma$  = मानक विचलन

$\Sigma d^2$  = विचलन के वर्ग के गुणनफल का योग।

N = प्राप्तांकों की संख्या

**उदाहरण:-** बीपीएड की 5 छात्रों के प्राप्तांक इस प्रकार है- 32, 28, 21, 25, 34 तो मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

क्रम संख्या	प्राप्तांकों (X)	विचलन (d=X-M)	विचलन का वर्ग (d <sup>2</sup> =X-M)
1	32	32-28=+4	+4 <sup>2</sup> =16
2	28	28-28=+0	+0 <sup>2</sup> =00
3	21	21-28=-7	-7 <sup>2</sup> =49
4	25	25-28=-3	-3 <sup>2</sup> =09
5	34	34-28=+6	+6 <sup>2</sup> =36
	<b>N=140</b>		<b><math>\Sigma d^2=110</math></b>

$$\begin{aligned}\text{Mean of } X &= \Sigma X/N \\ &= 140/5 \\ &= 28\end{aligned}$$

$$\text{मानक विचलन (Standard Deviation or S.D or } \sigma) = \sqrt{\Sigma d^2/N}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{\Sigma d^2/N}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{110/5}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{22}$$

$$\text{S.D or } \sigma = 4.69 \text{ Ans.}$$

**नोट :-** यदि प्राप्तांक के साथ आवृत्ति भी दिया गया हो , तो निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करते हैं।

$$\text{मानक विचलन (Standard Deviation or S.D or } \sigma) = \sqrt{\Sigma f d^2/N}$$

$$\text{मानक विचलन (Standard Deviation or S.D or } \sigma) = \sqrt{\Sigma f(X - M)^2/N}$$

$\Sigma f d^2$  = विचलन के वर्ग एवं आवृत्ति के गुणनफल का योग ।

N = प्राप्तांकों की संख्या ।

उदाहरण :- निम्नलिखित प्राप्तांकों द्वारा मानक विचलन ज्ञात कीजिए ।

प्राप्तांक = 20,15,29,26,24,18,08,12,17,30

आवृत्ति = 3,2,4,3,1,2,1,3,6,1

प्राप्तांक (X)	आवृत्ति (f)	f x X	d=X-M	d <sup>2</sup>	f x d <sup>2</sup>
20	3	60	20-20=00	00	00
15	2	30	15-20=-5	25	50
29	4	116	29-20=+9	81	324
26	3	78	26-20=+6	36	108
24	1	24	24-20=+4	16	16
18	2	36	18-20=-2	04	08
08	1	08	08-20=-12	144	144
12	3	36	12-20=-8	64	192
17	6	102	17-20=-3	09	54
30	1	30	30-20=10	100	100
	N=26	<b>ΣfX=520</b>			<b>Σfd<sup>2</sup>=996</b>

$$\text{Mean of } X = \Sigma fX/N$$

$$\text{Mean of } X = 520/26$$

$$\text{Mean of } X = 20$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{\Sigma f d^2/N}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{996/26}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{38.30}$$

$$\text{S.D or } \sigma = 6.188 \text{ Ans.}$$

## 1. वर्गीकृत आंकड़ों के लिए (Grouped Data):-

वर्गीकरण आंकड़ों के लिए वर्गीकृत आंकड़ों के अंतर्गत विभिन्न वर्गान्तरों द्वारा मध्य बिंदु  $X$  ज्ञात करते हैं।

### प्रथम विधि (Frist Method):-

$$\text{मानक विचलन (Standard Deviation or S.D or } \sigma) = \sqrt{\Sigma f d^2 / N}$$

$\Sigma f d^2$  = विचलन के वर्ग एवं आवृत्ति के गुणनफल का योग।

$N$  = प्राप्तांकों की संख्या।

$f$  = आवृत्ति।

उदाहरण :- निम्नलिखित आंकड़ों द्वारा मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तर(C.I.)	4-7	8-11	12-15	16-19	20-23	24-27	28-31	32-35	36-39
आवृत्ति (f)	8	14	30	10	18	08	05	02	05

**Solve:-**

वर्गान्तर(C.I.)	मध्य बिंदु $X$	आवृत्ति (f)	$f \times X$	$d=X-M$	$d^2$	$f \times d^2$
4-7	5.5	8	44	12	144	1152
8-11	9.5	14	133	8	64	896
12-15	13.5	30	405	4	16	480
16-19	17.5	10	175	0	00	000
20-23	21.5	18	387	4	16	288
24-27	25.5	08	204	8	64	512
28-31	29.5	05	147.5	12	144	720
32-35	33.5	02	67	16	256	512
36-39	37.5	05	187.5	20	400	2000
		$N=100$	$\Sigma fX=1750$			$\Sigma fd^2=6560$

Mean of  $X = \Sigma fX/N$

Mean of  $X = 1750/100$

Mean of  $X = 17.50$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{\Sigma f d^2 / N}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{6560/100}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{65.6}$$

$$\text{S.D or } \sigma = 8.099 \text{ Ans.}$$

### द्वितीय विधि (Third Method):-

$$\text{मानक विचलन (Standard Deviation or S.D or } \sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma f d^2}{N} - (\Sigma f d / N)^2}$$

उदाहरण :- निम्नलिखित आंकड़ों द्वारा मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तर(C.I.)	4-7	8-11	12-15	16-19	20-23	24-27	28-31	32-35	36-39
आवृत्ति (f)	8	14	30	10	18	08	05	02	05

**Solve:-**

वर्गान्तर(C.I)	मध्य बिंदु X	आवृत्ति (f)	f x X	d=X-M	f x d	d <sup>2</sup>	f x d <sup>2</sup>
4-7	5.5	8	44	12	-96	144	1152
8-11	9.5	14	133	8	-112	64	896
12-15	13.5	30	405	4	-120	16	480
16-19	17.5	10	175	0	00	00	000
20-23	21.5	18	387	4	72	16	288
24-27	25.5	08	204	8	64	64	512
28-31	29.5	05	147.5	12	60	144	720
32-35	33.5	02	67	16	32	256	512
36-39	37.5	05	187.5	20	100	400	2000
		N=100	ΣfX=1750		Σfd=00		Σfd <sup>2</sup> =6560

Mean of X=  $\frac{\Sigma fX}{N}$

Mean of X= 1750/100

Mean of X= 17.50

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{\frac{6560}{100} - \left(\frac{00}{100}\right)^2}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{65.6 - 00}$$

$$\text{S.D or } \sigma = \sqrt{65.6}$$

$$\text{S.D or } \sigma = 8.099 \text{ Ans.}$$

**तृतीय विधि (Third Method):-** कल्पित माध्यम से मानक विचलन (Computation of S.D. from assumed mean)

इस विधि में मध्य बिंदु को कल्पित माध्य रूप में मान लेते हैं यदि आंकड़े सम (Even) में हो तो आंकड़ों के मध्य के दो पदों में जिसकी में आवृत्ति या बारंबारता अधिक होती है, उसी कल्पित माध्य लेते हैं।

$$\text{मानक विचलन (Standard Deviation or S.D or } \sigma) = C. l * \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}$$

इसमें हम आंकड़ों के मध्य पद को कल्पित माध्य के रूप में लेकर विचलन में कल्पित माध्य वर्ग के सामने शून्य लिख देते हैं तथा 0 से ऊपर की ओर -1,-2,-3,-4.....-n तथा नीचे की ओर +1,+2,+3,+4.....+n लिख देते हैं यदि प्राप्तांक संख्या में N= सम (Even) में हो तो आंकड़ों के मध्य के दो पदों में जिसकी में आवृत्ति या बारंबारता अधिक होगी, उसका विचलन शून्य होगा।

**उदाहरण :-** निम्नलिखित आंकड़ों द्वारा मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तर(C.I)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
आवृत्ति (f)	4	9	7	3	2

**Solve:-**

वर्गान्तर(C.I)	मध्य बिंदु (X)	आवृत्ति (f)	d=X-M	f x d	d <sup>2</sup>	f x d <sup>2</sup>
0-10	5	4	-2	-8	4	16
10-20	15	9	-1	-9	1	9
20-30	25	7	0	0	0	0
30-40	35	3	+1	3	1	3
40-50	45	2	+2	4	4	8
		N=25		Σfd=-10		Σfd <sup>2</sup> =36

$$S.D \text{ or } \sigma = C.I * \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - (\Sigma fd/N)^2}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * \sqrt{\frac{36}{25} - (-10/25)^2}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * \sqrt{1.44 - (-0.4)^2}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * \sqrt{1.44 - 0.16}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * \sqrt{1.28}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * 1.13$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 11.31 \text{ Ans.}$$

**उदाहरण :-** निम्नलिखित आंकड़ों द्वारा मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तर(C.I)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
आवृत्ति (f)	4	9	7	3	2	5

**Solve:-**

वर्गान्तर(C.I)	मध्य बिंदु (X)	आवृत्ति (f)	d=X-M	f x d	d <sup>2</sup>	f x d <sup>2</sup>
0-10	5	4	-2	-8	4	16
10-20	15	9	-1	-9	1	9
20-30	25	7	0	0	0	0
30-40	35	3	+1	3	1	3
40-50	45	2	+2	4	4	8
50-60	55	5	+3	15	9	45
		N=30		Σfd= 5		Σfd <sup>2</sup> =81

$$S.D \text{ or } \sigma = C.I * \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - (\Sigma fd/N)^2}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * \sqrt{\frac{81}{30} - (5/30)^2}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * \sqrt{2.7 - (0.16)^2}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * \sqrt{2.7 - 0.025}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * \sqrt{2.675}$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 10 * 1.635$$

$$S.D \text{ or } \sigma = 16.35 \text{ Ans.}$$

